Adrian ZANOSCHI
Gheorghe IUREA
Gabriel POPA

LIBRIS We know books

matematică

algebră
geometrie

clasa a VII-a

ediția a III-a

mate 2000 – standard

Editura Paralela 45

LIBRIS We know books

Cuprins

CUVÂNT-ÎNAINTE 5

PROBLEME RECAPITULATIVE CLASA A VI-A
ALGEBRĂ 7
GEOMETRIE 11
TESTE INIȚIALE 15

ALGEBRĂ
CAPITOLUL I. MULȚIMEA NUMERELOR REALE
I.1. Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect. Calculul rădăcinii pătrate a unui număr natural pătrat perfect 19
I.2. Rădăcina pătrată a pătratului unui număr rațional 23
I.3. Numere iraționale, exemple, estimări. Mulțimea numerelor reale. Incluziunile $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ 26
I.4. Compararea și ordonarea numerelor reale. Reprezentarea numerelor reale pe axă prin aproximări 31
I.5. Modulul unui număr real 33
I.6. Reguli de calcul cu radicali. Scoaterea și introducerea factorilor sub radical 36
I.7. Adunarea și scăderea numerelor reale 39
I.8. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale. Raționalizarea numitorilor de forma $a\sqrt{b}$ 42
I.9. Puterea cu exponent întreg a unui număr real 46
I.10. Ordinea efectuării operațiilor cu numere reale 48
I.11. Media aritmetică ponderată a n numere reale, $n \geq 2$ 55
I.12. Media geometrică a două numere reale pozitive 57
I.13. Ecuații de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{R}$ 59
Recapitulare și sistematizare prin teste 61

CAPITOLUL II. ECUAȚII ȘI SISTEME DE ECUAȚII LINIARE
II.1. Transformarea unei egalități într-o egalitate echivalentă. Identități 63
II.2. Ecuații de forma $ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$. Mulțimea soluțiilor unei ecuații. Ecuații echivalente 65
II.3. Sisteme de două ecuații liniare cu două necunoscute 68
II.4. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau al sistemelor de ecuații liniare 72
Recapitulare și sistematizare prin teste 75

CAPITOLUL III. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR

III.1. Date statistice – recapitulare şi completări. Poligonul frecvenţelor 77
III.2. Sistem de axe ortogonale în plan. Reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale 84
III.3. Distanţa dintre două puncte din plan 88
III.4. Produsul cartezian a două mulţimi nevide. Reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale 92
III.5. Reprezentarea şi interpretarea unor dependenţe funcţionale prin tabele, diagrame şi grafice 96
Recapitulare şi sistematizare prin teste 101

GEOMETRIE

CAPITOLUL IV. PATRULATERUL

IV.1. Patrulaterul convex 104
IV.2. Paralelogramul 107
IV.3. Aplicaţii ale paralelogramului în geometria triunghiului: linia mijlocie în triunghi, centrul de greutate al unui triunghi 111
IV.4. Dreptunghiul 114
IV.5. Rombul 117
IV.6. Pătratul 120
IV.7. Trapezul. Linia mijlocie în trapez 123
IV.8. Trapezul isoscel 127
IV.9. Arii 129
Recapitulare şi sistematizare prin teste 137

CAPITOLUL V. CERCUL

V.1. Probleme recapitulative din materia clasei a VI-a 139
V.2. Coarde şi arce în cerc. Proprietăţi 142
V.3. Unghi înscris în cerc 146
V.4. Tangente dintr-un punct exterior la un cerc 149
V.5. Poligoane regulate înscrise într-un cerc. Definiţie, desen 153
V.6. Lungimea cercului şi aria discului 155
Recapitulare şi sistematizare prin teste 160

CAPITOLUL VI. ASEMĂNAREA TRIUNGHIURILOR

VI.1. Segmente proporţionale. Teorema paralelelor echidistante 162
VI.2. Teorema lui Thales. Împărţirea unui segment în părţi proporţionale cu numere (segmente) date 167
VI.3. Reciproca teoremei lui Thales 173
VI.4. Triunghiuri asemenea. Teorema fundamentală a asemănării 177
VI.5. Criterii de asemănare a triunghiurilor 180

VI.6. Aplicații. Raportul ariilor a două triunghiuri asemenea. Aproximarea în situații practice a distanțelor folosind asemănarea 185
Recapitulare și sistematizare prin teste 191

LIBRIS | We know books

CAPITOLUL VII. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIUL DREPTUNGHIC

VII.1. Proiecții ortogonale pe o dreaptă 193
VII.2. Teorema înălțimii 194
VII.3. Teorema catetei 196
VII.4. Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora 199
VII.5. Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit 202
VII.6. Rezolvarea triunghiului dreptunghic 205
VII.7. Calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat 209
Recapitulare și sistematizare prin teste 212

PROBLEME RECAPITULATIVE

ALGEBRĂ 214
GEOMETRIE 219

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI 225

LIBRIS Evaluation books

PROBLEME RECAPITULATIVE CLASA A VI-A

ALGEBRĂ

1. Se consideră mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 < 3x - 2 < 28\}$ și $B = \{y \in \mathbb{N} \mid y = n^2, n \in \mathbb{N}, n \leq 3\}$. Determinați $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ și $B \setminus A$.

2. Determinați mulțimile X și Y, știind că $X \cup Y = \{1, 3, 4, 5, 7, 9, 10\}$, $X \cap Y = \{5, 7, 9\}$ și $X \setminus Y = \{1, 10\}$.

3. Fie A și B două mulțimi, astfel încât card $(A) = 25$, card $(B) = 36$ și card $(A \cap B) = 20$. Aflați card $(A \cup B)$.

4. Fie mulțimea $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$.

a) Scrieți toate submulțimile mulțimii A care au două elemente și suma acestora este număr impar.

b) Câte submulțimi cu cinci elemente are A?

c) Câte submulțimi are, în total, mulțimea A?

5. Descompuneți în factori primi numerele naturale: $a = 72$, $b = 75$, $c = 91$ și $d = 138$. Care dintre aceste numere are mai mulți divizori naturali?

6. Determinați cel mai mare număr natural n, astfel încât 5^n să dividă numărul $a = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 49 \cdot 50$.

7. Fie numerele naturale $a = 168$ și $b = 180$. Calculați cel mai mare divizor comun al numerelor a și b și cel mai mic multiplu comun al lor.

8. Aflați câți divizori comuni au numerele 126 și 420.

9. Numerele 248 și 107, împărțite la numărul natural nenul n, dau resturile 14, respectiv 17. Aflați numărul n.

10. Scrieți toți multiplii comuni ai numerelor 24 și 36 care sunt mai mici decât 300.

11. Aflați care este cel mai mic număr de elevi care se pot alinia în coloane de câte 8 elevi, de câte 12 elevi și de câte 18 elevi.

12. Ana are mai multe mere. Dacă le grupează câte trei sau câte patru, îi rămâne, de fiecare dată, câte un măr în plus. Dacă taie fiecare măr în patru, obține mai puțin de 100 de felii. Câte mere are Ana?

13. a) Dintr-o clasă cu 28 de elevi, fetele reprezintă 25%. Aflați câți băieți sunt în clasă.

b) Dacă într-o clasă sunt 6 băieți și ei reprezintă 20% din numărul total de elevi, aflați câți elevi sunt în clasa respectivă.

LIBRIS We know books

14. Un calculator se ieftineşte cu 20% din preţul pe care îl are. După un timp calculatorul se scumpeşte cu 20% din noul preţ, ajungând să coste 2 304 lei. Aflaţi preţul iniţial al calculatorului.

15. Fie a şi b două numere raţionale pozitive.

a) Dacă $\frac{a}{b}=0{,}75$, calculaţi $\frac{2a-b}{a+2b}$.

b) Dacă $\frac{2a-b}{a+2b}=\frac{2}{11}$, aflaţi $\frac{a}{b}$.

16. Arătaţi că, dacă măsurile unghiurilor unui triunghi sunt direct proporţionale cu 1, 5, 6, atunci triunghiul este dreptunghic.

17. Fie a, b, c trei numere raţionale pozitive direct proporţionale cu 2, 3, respectiv 4.

a) Arătaţi că $n=\left(\frac{a}{2}+\frac{b}{3}+\frac{c}{4}\right)\left(\frac{2}{a}+\frac{3}{b}+\frac{4}{c}\right)$ este număr natural.

b) Demonstraţi că b este media aritmetică a numerelor a şi c.

18. Determinaţi numerele naturale a, b, c, ştiind că sunt invers proporţionale cu 3, 4, respectiv 6 şi $2a+3b-4c<15$.

19. Se consideră numerele naturale a, b, c, astfel încât a şi b sunt direct proporţionale cu 2 şi 3, iar b şi c sunt invers proporţionale cu $0{,}1(6)$ şi 0,5.

a) Demonstraţi că c este 50% din a.

b) Determinaţi cele trei numere, ştiind că $ab+bc+ca=176$.

20. Numerele naturale $\overline{ab}$ şi $\overline{bc}$ sunt direct proporţionale cu 5, respectiv 4.

a) Demonstraţi că $b=5$.

b) Determinaţi cele două numere.

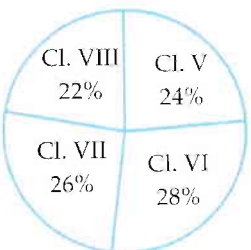
21. Elevii unei clase au obţinut la o teză următoarele note:

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Nr. elevi	2	3	4	7	5	1	3

a) Câţi elevi sunt în clasă? Câţi dintre ei au obţinut o notă cel puţin egală cu 8?

b) Care este media clasei la teză?

22. Într-o şcoală învaţă 750 de elevi. Distribuţia acestora pe ani de studiu este prezentată în diagrama alăturată.



a) Cu cât este mai mare numărul elevilor din clasa a VI-a faţă de numărul elevilor din clasa a VIII-a?

b) Care este probabilitatea ca, alegând la întâmplare un elev din şcoală, acesta să fie în clasa a VII-a?

23. Se consideră mulţimea $A=\left\{\overline{abc}\mid a+b+c=3\right\}$. Calculaţi probabilitatea ca, alegând la întâmplare un element al mulţimii A, acesta să fie număr par.

LIBRIS We know books

24. Calculați:
a) $4 - 3 \cdot (2 - 5)$; b) $-17 - [(5 - 14) : (-3 - 6) - 8] \cdot 2$;
c) $-3 \cdot [(-3)^2 - 5] - (-2^2)$; d) $|2^3 - 3| - |5 - 2^3|$.

25. Produsul a cinci numere întregi consecutive este zero. Aflați cea mai mică și cea mai mare dintre valorile posibile ale sumei celor cinci numere.

26. Comparați numerele $a = 15 \cdot (-1)^{10} - 34 \cdot (-1)^{101}$ și $b = -39 \cdot (-1)^{11} + 10 \cdot (-1)^{102}$.

27. Fie $a = 1 \cdot (-1)^1 + 2 \cdot (-1)^2 + 3 \cdot (-1)^3 + ... + 100 \cdot (-1)^{100} + 101 \cdot (-1)^{101}$ și $b = (-1)^1 \cdot (-1)^2 \cdot (-1)^3 \cdot ... \cdot (-1)^{101}$. Arătați că $\frac{b-a}{2}$ este număr natural, pătrat perfect.

28. Fie $a \in \mathbb{Z}$ și $b = |a + 7| - |a - 1|$.
a) Determinați b, știind că $a = -4$.
b) Există $a \in \mathbb{Z}$ pentru care $b = 0$?

29. Fie $a = |6x + 8y - 2| - |2x - 4y - 11|$, unde $x, y \in \mathbb{Z}$.
a) Determinați a, știind că $x = 2$ și $y = -4$.
b) Există numere întregi x și y pentru care $a = 0$?

30. Determinați valorile posibile ale numărului $a = |3^n - 8| - |-3^n - 10|$, unde $n \in \mathbb{N}$.

31. Se consideră mulțimile $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{15}{4x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$ și $B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{2x-1}{3} \in \mathbb{Z}\right\}$. Determinați $A \cap B$.

32. Determinați numerele întregi a și b, știind că $\frac{2a+1}{3} = \frac{4}{b-2}$.

33. Se consideră numărul natural $a = 2^{30}$.
a) Aflați jumătatea lui a și dublul lui a.
b) Arătați că a este și pătrat perfect, și cub perfect.
c) Determinați ultima cifră a lui a.
d) Aflați câte cifre are numărul a scris în baza 10.

34. Fie numerele raționale $a = -\frac{2}{3}$ și $b = \frac{5}{6}$.
a) Calculați suma dintre b și opusul lui a.
b) Calculați produsul dintre inversul lui a și opusul lui b.
c) Calculați câtul dintre modulul lui a și inversul opusului lui b.

35. Fie $\frac{a}{b}$ o fracție. Dacă micșorăm cu 4 atât numărătorul, cât și numitorul ei, obținem o fracție echivalentă cu $\frac{3}{5}$, iar dacă mărim cu 6 atât numărătorul, cât și numitorul ei, obținem o fracție echivalentă cu $\frac{4}{5}$. Aflați fracția $\frac{a}{b}$.

LIBRIS We know books

36. Se consideră fracția $\frac{x}{12}$, $x \in \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$. Determinați x astfel încât fracția să fie:

a) subunitară;

b) supraunitară;

c) reductibilă;

d) ireductibilă;

e) egală cu o fracție zecimală cu un număr finit de zecimale nenule;

f) egală cu o fracție zecimală periodică simplă;

g) egală cu o fracție zecimală periodică mixtă;

h) cuprinsă între 0,7 și 0,8.

37. Calculați:

a) $\left[3\frac{3}{11}\cdot\left(\frac{1}{18}+\frac{5}{12}+\frac{7}{24}\right)-\frac{7}{4}\right]\cdot\frac{70}{105}$;

b) $\left\{\frac{7}{36}-\frac{1}{46}\cdot[5,(6)-3,75]\right\}:1\frac{3}{8}$.

38. Fie $a = 3+2\frac{2}{11}\cdot(1,25-0,(3))$ și $b=\left(1\frac{1}{3}+0,1(6)\right)^2:(1,5)-\frac{1}{2}$. Calculați $(a-6b)^{23}$.

39. Calculați media aritmetică a numerelor $a=\left[\left(\frac{3}{2}\right)^2-0,25\right]:\frac{2}{5}$ și $b=1,25-\frac{1}{12}+1,8(3)$.

40. Ordonați crescător numerele: $a = 2,019$, $b = 2,0(19)$, $c = 2,01(9)$ și $d = 2,(019)$.

41. Fie $A=\{x\in\mathbb{Q} \mid x=\overline{0,ab}$ și $0,3\le x<0,9\}$.

a) Câte elemente are mulțimea A?

b) Calculați media aritmetică a elementelor mulțimii A.

42. Fie $0,a_1a_2a_3\ldots$ scrierea sub formă de fracție zecimală a numărului $\frac{1}{14}$.

a) Determinați a_3.

b) Calculați $p=a_1a_2\cdot\ldots\cdot a_{2019}$.

c) Calculați $s=a_1+a_2+\ldots+a_{2019}$.

LIBRIS We know books

GEOMETRIE

1. Aflați măsura unui unghi, știind că măsura complementului său este un sfert din măsura suplementului său.

2. Se consideră un unghi $\sphericalangle AOB$ având măsura de 88°. Fie OC semidreapta opusă semidreptei OA și OM, ON bisectoarele unghiurilor $\sphericalangle AOB$, respectiv $\sphericalangle BOC$.

a) Determinați măsura unghiului $\sphericalangle MON$.

b) Stabiliți dacă OB este sau nu bisectoarea unghiului $\sphericalangle MON$.

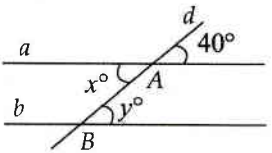
3. Se consideră unghiurile adiacente suplementare $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$. Fie OM bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$ și $ON \perp OM$, $N \in \text{int}(\sphericalangle BOC)$. Arătați că ON este bisectoarea unghiului $\sphericalangle BOC$.

4. Se consideră un unghi $\sphericalangle AOB$ având măsura de 60°. Fie $OC \perp OA$, $OD \perp OB$ ($A \in \text{int}(\sphericalangle BOC)$ și $B \in \text{int}(\sphericalangle AOD)$), OM bisectoarea unghiului $\sphericalangle AOB$ și ON bisectoarea unghiului $\sphericalangle COD$.

a) Aflați măsura unghiului $\sphericalangle COD$.

b) Arătați că punctele M, O și N sunt coliniare.

5. În figura alăturată, dreapta d intersectează dreptele paralele a și b în punctele A, respectiv B. Determinați valoarea sumei $x° + y°$.



6. Fie un triunghi ABC și punctele $D \in (AB)$, $E \in (AC)$. Stabiliți dacă dreptele DE și BC sunt paralele, știind că:

a) $\sphericalangle DEB = \sphericalangle EBC$;

b) $\sphericalangle BDE = 152°$, $\sphericalangle DBC = 28°$;

c) $\sphericalangle ADE = 95°$, $\sphericalangle ABC = 85°$;

d) $\sphericalangle AED = \sphericalangle ACB$.

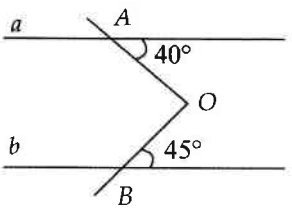
7. Fie dreptele a, b, c, d. Demonstrați că:

a) dacă $a \perp c$ și $b \perp c$, atunci $a \parallel b$;

b) dacă $a \parallel b$ și $c \perp a$, atunci $c \perp b$;

c) dacă $a \perp b$, $c \parallel a$ și $d \parallel b$, atunci $c \perp d$.

8. În figura alăturată, dreptele a și b sunt paralele. Aflați măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.



9. Fie M mijlocul segmentului AB și D simetricul unui punct C ($C \notin AB$) față de punctul M. Demonstrați că $AD \parallel BC$.

10. Fie un triunghi ABC și punctul $D \in (BC)$. Se știe că perimetrul triunghiului ABD este egal cu 27 cm, perimetrul triunghiului ACD este egal cu 43 cm și $AD = 10$ cm. Calculați perimetrul triunghiului ABC.

11. Determinați măsurile unghiurilor unui triunghi, știind că:

a) triunghiul este dreptunghic și are un unghi de 42°18′;

b) triunghiul este isoscel și are un unghi de 53°42′.

LIBRIS Welcome books

12. Fie triunghiul isoscel ABC cu $\measuredangle A = 20°$ şi $AB = AC$. Pe dreptele AB şi BC se consideră punctele D, respectiv E, astfel încât $B \in (AD)$ şi $C \in (BE)$. Aflaţi câte grade are suma $\measuredangle BDE + \measuredangle BED$.

13. Se consideră un triunghi ABC cu $\measuredangle B = 60°$ şi $\measuredangle C = 40°$. Fie AD înălţimea din A, BE bisectoarea unghiului $\measuredangle ABC$ ($D \in BC$ şi $E \in AC$) şi $\{M\} = AD \cap BE$. Aflaţi măsurile unghiurilor $\measuredangle BAD$, $\measuredangle BEA$ şi $\measuredangle AMB$.

14. Fie un triunghi isoscel ABC cu $AB = AC$ şi $\measuredangle A = 40°$. Punctul $D \in (AC)$ are proprietatea că $\measuredangle ABD = 30°$. Demonstraţi că $BC = BD$.

15. Fie două puncte A şi B pe cercul $\mathcal{C}(O)$, astfel încât măsura arcului $\overset{\frown}{AB}$ să fie $60°$. Determinaţi lungimea segmentului AB, dacă diametrul cercului este egal cu 20 cm.

16. Un cerc $\mathcal{C}(O)$ are raza egală cu 8 cm. Punctele A şi B aparţin cercului $\mathcal{C}(O)$, astfel încât arcul $\overset{\frown}{AB}$ are măsura de $90°$. Determinaţi măsura unghiului $\measuredangle OAB$.

17. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC, cu $\measuredangle A = 90°$ şi $\measuredangle B = 20°$. Fie $\mathcal{C}(O)$ cercul circumscris triunghiului (se ştie că O este mijlocul lui BC). Determinaţi măsurile arcelor $\overset{\frown}{BC}$, $\overset{\frown}{CA}$ şi $\overset{\frown}{AB}$ (care sunt mai mici sau egale cu $180°$).

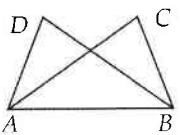
18. Fie cercurile $\mathcal{C}(O)$ şi $\mathcal{C}(Q)$, cu centrele O, respectiv Q, care se intersectează în punctele A şi B. Demonstraţi că OQ este bisectoare pentru unghiurile $\measuredangle AOB$ şi $\measuredangle AQB$.

19. Fie două cercuri concentrice cu centrul comun O. Pe cercul exterior se consideră punctele A şi B şi se notează cu C şi D punctele de intersecţie ale cercului interior cu segmentele OA, respectiv OB. Demonstraţi că $AD = BC$.

20. Fie cercul $\mathcal{C}(O)$ cu centrul în O şi raza $r = 10$ cm. Se consideră un punct A pe cercul $\mathcal{C}(O)$ şi un punct P, astfel încât $OP = 26$ cm şi $AP = 24$ cm. Demonstraţi că dreapta AP este tangentă cercului $\mathcal{C}(O)$.

21. Se consideră un triunghi ABC dreptunghic în A. Fie punctele $P \in AC$ ($A \in (PC)$) şi $N \in (AB)$, astfel încât $\measuredangle APN = \measuredangle ABC$, iar $\{M\} = PN \cap BC$. Demonstraţi că $BC \perp MP$ şi $CN \perp BP$.

22. În figura alăturată, $AC = BD$ şi $AD = BC$. Demonstraţi că $\measuredangle ADB = \measuredangle BCA$.



23. Fie un triunghi ABC, AD bisectoarea unghiului $\measuredangle BAC$, $D \in BC$ şi E un punct pe latura AC, astfel încât $\measuredangle ADE = \measuredangle ADB$.

a) Arătaţi că $DE = DB$.

b) Calculaţi perimetrul triunghiului CDE, ştiind că $AC = 7$ cm, $AB = 5$ cm şi $BC = 10$ cm.

24. Se consideră unghiul XAY cu măsura de $45°$. Fie un punct M, situat în interiorul unghiului, şi B, C simetricele lui M faţă de AX, respectiv AY. Demonstraţi că triunghiul ABC este dreptunghic isoscel.

25. Fie ABC un triunghi isoscel cu $AB = AC$ şi D mijlocul lui BC. Paralela prin D la AB intersectează pe AC în punctul E.

a) Arătaţi că triunghiurile CDE şi ADE sunt isoscele.

b) Demonstraţi că E este mijlocul laturii AC.

26. Fie un triunghi echilateral ABC şi E mijlocul laturii AC. Perpendiculara în A pe AB intersectează bisectoarea unghiului $\sphericalangle EBC$ în D şi dreapta BC în F. Arătaţi că triunghiurile ABD, ACF şi ACD sunt isoscele.

27. Se consideră triunghiul ABC cu $AB < AC$. Bisectoarea unghiului A şi mediatoarea laturii BC sunt concurente în punctul D, iar P şi Q sunt proiecţiile lui D pe dreptele AB, respectiv AC. Demonstraţi că $\Delta DPB \equiv \Delta DQC$.

28. Notăm cu M şi N mijloacele laturilor AB, respectiv AC ale triunghiului ABC. Fie P simetricul lui C faţă de M şi Q simetricul lui B faţă de N.

a) Arătaţi că $\Delta AMP \equiv \Delta BMC$.

b) Arătaţi că $AP \parallel BC$ şi $AP = BC$.

c) Demonstraţi că punctele P, A, Q sunt coliniare şi că $AP = AQ$.

29. Pe baza BC a triunghiului isoscel ABC se consideră punctele P şi Q, astfel încât $BP = CQ$ ($P \in (BQ)$).

a) Arătaţi că $AP = AQ$.

b) Demonstraţi că distanţa de la punctul P la dreapta AB este egală cu distanţa de la punctul Q la dreapta AC.

30. Se consideră triunghiul isoscel ABC cu baza BC. Pe laturile AB şi AC se iau punctele M, respectiv N, astfel încât $BM = CN$. Fie $\{P\} = BN \cap CM$.

a) Arătaţi că $MN \parallel BC$.

b) Demonstraţi că $AP \perp BC$.

31. Fie ABD şi BCE două triunghiuri dreptunghice cu catetele $AB = CE = 3$ cm, $AD = BC = 4$ cm, astfel încât $B \in (AC)$. Notăm cu M mijlocul segmentului DE.

a) Aflaţi lungimea segmentului BD.

b) Arătaţi că BED este triunghi dreptunghic isoscel.

c) Demonstraţi că $\sphericalangle MBC = \sphericalangle MDA$.

32. Fie BD şi CE două dintre înălţimile triunghiului ABC ($D \in AC$, $E \in AB$) şi M mijlocul laturii BC. Demonstraţi că triunghiul MDE este isoscel.

33. Punctele C şi D sunt în semiplane opuse faţă de dreapta AB, astfel încât $\sphericalangle ACB = \sphericalangle ADB = 90°$. Notăm cu M mijlocul segmentului AB.

a) Demonstraţi că $MC = MD$.

b) Demonstraţi că, dacă $\sphericalangle CAD = 30°$, atunci CMD este triunghi echilateral.

34. Fie ABC un triunghi dreptunghic în A, cu $BC = 2AC$. Dacă $AD \perp BC$, $D \in BC$ şi M este mijlocul laturii BC, aflaţi valoarea raportului $\frac{BM}{CD}$.

35. Se consideră un triunghi isoscel ABC cu $\measuredangle A = 120°$. Perpendiculara din A pe AC intersectează dreapta BC în punctul D. Demonstrați că triunghiul ABD este isoscel și că $DC = 2BD$.

LIBRIS | We know books

36. Se consideră triunghiul ABC cu $\measuredangle A = 75°$, $\measuredangle C = 30°$ și $BC = 12$ cm. Arătați că lungimea segmentului AB este mai mare de 6 cm.

37. În exteriorul triunghiului ABC, cu $\measuredangle A = 90°$, $\measuredangle B = 30°$ și $AC = 6$ cm, se construiește triunghiul echilateral BCD.

a) Calculați perimetrul triunghiului BCD.

b) Arătați că $AC \parallel BD$.

c) Demonstrați că $AM \parallel CD$, unde M este mijlocul laturii BC.

38. Triunghiul dreptunghic ABC are catetele $AB = 8$ cm și $AC = 6$ cm, AD și AM sunt înălțimea, respectiv mediana corespunzătoare ipotenuzei.

a) Aflați lungimea segmentului AM.

b) Demonstrați că $\measuredangle BAD = \measuredangle CAM$.

39. Se consideră triunghiul echilateral ABC cu $AB = 12$ cm. Fie punctele $M \in (AB)$, $N \in (BC)$, $P \in (CA)$, astfel încât $AM = BN = CP = 4$ cm.

a) Demonstrați că triunghiul MNP este echilateral.

b*) Demonstrați că $MN \perp BC$.

40. Se consideră triunghiul dreptunghic ABC cu $\measuredangle A = 90°$, $AB = 12$ cm și $AC = 16$ cm. Fie I punctul de intersecție a bisectoarelor triunghiului ABC și DE paralela dusă prin I la BC ($D \in AB$, $E \in AC$).

a) Calculați perimetrul triunghiului ABC.

b) Determinați măsura unghiului $\measuredangle BIC$.

c*) Calculați perimetrul triunghiului ADE.

41. Se consideră un punct B situat în interiorul segmentului AC și triunghiurile echilaterale ABD și BCE, astfel încât D și E să fie de aceeași parte a dreptei AC.

a) Arătați că $AE = DC$.

b*) Demonstrați că triunghiul BMN este echilateral, unde M este mijlocul segmentului AE, iar N este mijlocul segmentului DC.

42. Se consideră triunghiul ABC cu $\measuredangle B = 50°$ și $\measuredangle C = 70°$. Fie punctele $M \in (BC)$ și $N \in (AB)$, astfel încât $\measuredangle BMA = 100°$ și $\measuredangle BNC = 120°$. Demonstrați că:

a) triunghiul ANC este echilateral;

b) $AM \perp CN$;

c) măsura unghiului $\measuredangle BMN$ este egală cu 20°.

LIBRIS We know books

TESTE INIȚIALE

Se acordă 1 punct din oficiu. Timp de lucru: 50 de minute.

TESTUL 1

Partea I. *Scrieți doar litera corespunzătoare răspunsului corect.* (4 puncte)

(0,5p) **1.** Rezultatul calculului $6 - 12 : 3 - 4$ este:
A. -6 B. -2 C. 4 D. 0

(0,5p) **2.** Prețul unui calculator este 2800 lei. După o reducere cu 20%, prețul acestuia devine:
A. 2200 lei B. 2000 lei C. 2240 lei D. 2600 lei

(0,5p) **3.** Dacă $a \in \mathbb{Z}$ și $-9 < a + 1 < -7$, atunci a este egal cu:
A. -10 B. -9 C. -8 D. -7

(0,5p) **4.** Ioana a cumpărat de la magazin o pâine de 2,50 lei și 2 kg de cartofi de 2,40 lei kilogramul. Pentru cumpărăturile făcute, Ioana a plătit:
A. 4,90 lei B. 7,30 lei C. 7,50 lei D. 6,50 lei

(0,5p) **5.** Lungimea laturii unui triunghi echilateral cu perimetrul de 12,6 m este egală cu:
A. 4 m B. 12,6 m C. 6,3 m D. 4,2 m

(0,5p) **6.** Complementul unui unghi de 35° are măsura egală cu:
A. 55° B. 65° C. 90° D. 145°

(0,5p) **7.** Un triunghi isoscel are măsura unghiului opus bazei de 20°. Fiecare dintre unghiurile alăturate bazei sale are măsura de:
A. 20° B. 50° C. 70° D. 80°

(0,5p) **8.** Un triunghi dreptunghic are catetele egale cu 6 cm și 8 cm. Lungimea ipotenuzei triunghiului este egală cu:
A. 8 cm B. 9 cm C. 10 cm D. 14 cm

Partea a II-a. *La următoarele probleme se cer rezolvările complete.* (5 puncte)

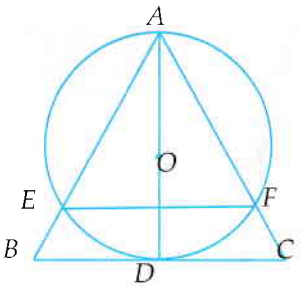
(1p) **1.** Rezolvați ecuația: $12 - 2(3x - 1) = -4$, $x \in \mathbb{Z}$.

(1p) **2.** Fie $a, b \in \mathbb{Q}^*$, astfel încât $\frac{3a+2b}{a+7b} = \frac{12}{23}$. Determinați valoarea raportului $\frac{a}{b}$.

(1p) **3.** Se consideră triunghiul isoscel ABC cu baza BC și $m(\sphericalangle A) = 30°$. Dacă BD este înălțimea din B a triunghiului ABC ($D \in AC$), determinați măsura unghiului CBD.

LIBRIS | We know books

4. În figura alăturată, ABC este un triunghi echilateral, D este mijlocul laturii BC, iar E şi F sunt punctele în care cercul cu diametrul AD şi centrul O intersectează laturile AB, respectiv AC.



(1p) a) Determinaţi măsura arcului mic $\overset{\frown}{AE}$ al cercului $\mathcal{C}(O)$ şi arătaţi că cercul este tangent dreptei BC.

(1p) b) Arătaţi că dreptele BC şi EF sunt paralele.

TESTUL 2

Partea I. *Scrieţi doar litera corespunzătoare răspunsului corect.* (4 puncte)

(0,5p) **1.** Rezultatul calculului $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}$ este:

A. $\frac{2}{3}$ B. 1 C. $\frac{11}{12}$ D. $\frac{37}{36}$

(0,5p) **2.** Dacă $\frac{a}{b}=\frac{2}{3}$, atunci numărul $3a-2b-1$ este egal cu:

A. 0 B. 1 C. –1 D. –2

(0,5p) **3.** Soluţia ecuaţiei $x : 2 + 1 = 0$ este:

A. 4 B. $\frac{1}{2}$ C. –2 D. $-\frac{1}{2}$

(0,5p) **4.** Iulia rezolvă tema la matematică în jumătate de oră şi tema la engleză într-un sfert de oră. În total, ea a lucrat la teme timp de:

A. 45 minute B. 60 minute C. 75 minute D. 90 minute

(0,5p) **5.** Diametrul unui cerc are lungimea de 4 cm. Raza acelui cerc are lungimea de:

A. 8 cm B. 1 cm C. 2 cm D. 16 cm

(0,5p) **6.** În jurul punctului O se formează unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$, $\sphericalangle COD$ şi $\sphericalangle DOA$. Primele trei unghiuri au măsurile 30°, 150°, respectiv 72°. Măsura unghiului $\sphericalangle DOA$ este:

A. 118° B. 108° C. 98° D. 128°

(0,5p) **7.** Dacă $\Delta ABC \equiv \Delta MNP$ şi $AC = 12$ cm, atunci lungimea segmentului MP este:

A. 2 cm B. 10 cm C. 12 cm D. 24 cm

(0,5p) **8.** În triunghiul dreptunghic ABC, AD este bisectoarea corespunzătoare ipotenuzei. Măsura unghiului $\sphericalangle DAC$ este:

A. 30° B. 45° C. 60° D. 90°